LÄRARHÖGSKOLAN I UPPSALA
PEDAGOGISKA INSTITUTIONEN

RAPPORT NR 34, 1972

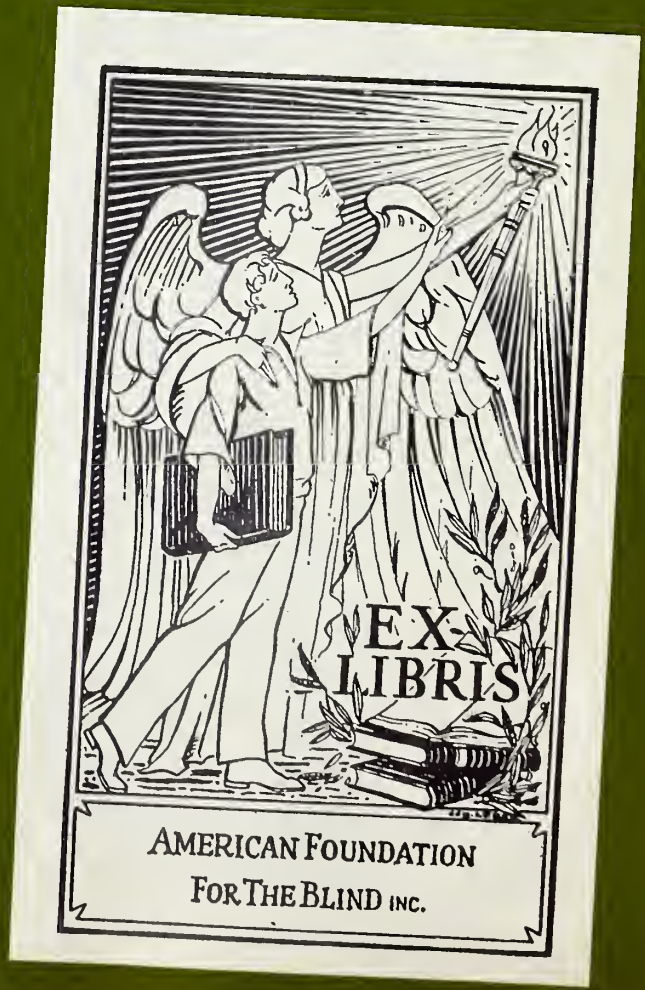
Projektet: PUSS: IX

MATEMATISKA SYMBOLER I PUNKTSKRIFT
[Mathematics Symbols in Braille]

Sammanställd och bearbetad av
Stig Becker
under medverkan av
Gunilla Stenberg, Bengt Lindqvist och
Nils Trowald

...ska institutionen, LHU
...tan 9 75322 UPPSALA

HV1826
T758
1972


EX
LIBRIS
AMERICAN FOUNDATION
FOR THE BLIND INC.

C.1

RAPPORT NR 34, 1972

Projektet:PUSS:IX

MATEMATISKA SYMBOLER I PUNKTSKRIFT
[Mathematics Symbols in Braille]

Sammanställd och bearbetad av
Stig Becker
under medverkan av
Gunilla Stenberg, Bengt Lindqvist och
Nils Trowald

Abstract in English, preceding Table of Contents

HV1826
T758
Copy one

ABSTRACT

Mathematics symbols in Braille. Report Nr. 34, 1972. Department of Educational Research, School of Education, Uppsala.

This report has been worked out as a joint project of the Swedish Association of the Blind, the Swedish National Board of Education and the Educational Research Project for the Visually Handicapped - PUSS. The aim of the project has been to provide the Swedish braille system with a set of symbols and writing principles for modern mathematics. Three basic materials have been used: the standard Swedish ink-print symbols for mathematics, a moderna German code of braille mathematics and the existing Swedish braille system for mathematics. Based on the various types of symbols the material hase been devided into nineteen chapters. A great number of examples in ink-print and braille illustrate the use of the various symbols and writing principles.

The braille system of mathematical symbols presented in this report was adopted by the Swedish Braille Council in June 1972.

Digitized by the Internet Archive
in 2016

https://archive.org/details/matematiskasymbo00nils

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

sid

ABSTRACT

SAMMANFATTNING iii

INLEDNING 1

DET TYSKA SYSTEMETS FRAMVÄXT 2

1. NÅGRA ALLMÄNNA REGLER OCH HJÄLPTECKEN 3

1.1 Teckenställningen 3

1.2 Några hjälptecken 4

2. SIFFRORNA 8

2.1 Arabiska siffrorna 8

2.2 Romerska siffrorna 8

3. BOKSTÄVERNA 10

3.1 De olika alfabetena har följande förtecken 10

3.2 De olika alfabetena 10

3.3 De olika tryckstilarna har följande förtecken 26

3.4 Regler 26

4. SPECIELLT TRYCKTA BOKSTÄVER MED SÄRSKILD BETYDELSE 29

5. GEOMETRISKA TECKEN 30

5.1 Tecken som i svartskriften är placerade före sina respektive argument 30

5.2 Geometriska tecken som i svartskriften står ovanför sina respektive argument 30

6. FYSIKALISKA MÅTT, PROCENT M.M. 31

6.1 Mått för tid och längd 31

6.2 Andra fysikaliska måttenheter 32

6.3 Procent och promille, temperatur och vinklar 33

7. ORDFÖRKORTNINGAR SOM TAS OFÖRÄNDRADE FRÅN SVARTSKRIFTEN 35

7.1 Några ordförkortningar 35

7.2 Förtecknets användning 35

7.3 Förkortat skrivsätt 35

8. ORDFÖRKORTNINGAR SOM I PUNKTSKRIFTEN UTNYTTJAR FÖRTECKNET 36

9. ORDFÖRKORTNINGAR SOM UTNYTTJAR FÖRTECKNET 37

9.1 Exponential- och logaritmfunktionerna 37

9.2 Trigonometriska funktioner och deras inverser 37

9.3 Hyperboliska funktioner och deras inverser 38

9.4 Ordförkortningar inom vektoranalysen 38

10. DIVERSE SYMBOLER SOM I PUNKTSKRIFTEN UTNYTTJAR FÖRTECKNET 40

11. ARITMETISKA OPERATIONER, JÄMFÖRELSEOPERATORER M.M. 41

12. BRÅK 45
12.1 Den kompletta metoden 45
12.2 Den förkortade metoden 45
12.3 Komplicerade bråk 46
12.4 Kedjebråk 46

13. LOGIK OCH MÄNGDLÄRA 49

14. PROJEKTIONSMETODEN 52
14.1 Förutsättningar 52
14.2 Regler 52

15. EXPONENTER, RÖTTER OCH INDEX 54
15.1 Tecknen 54
15.2 Regler för exponenter och högerställda index 54
15.3 Regler för vänsterställda index (prefix) 58
15.4 Regler för rotmärket 59
15.5 Bråk och projektionsmetoden 60

16. PARENTESER, VERTIKALA STRECK M.M. 62
16.1 Tecknen 62

17. MARKERINGAR 65
17.1 Markeringar som står ovanför eller nedanför på högra sidan om symbolen 65
17.2 Markeringar som står rakt ovanför eller nedanför symbolen 65

18. STRECK, PILAR, LIGGANDE PARENTESER 67

19. MATEMATISK ANALYS 69

Tidigare rapporter från pedagogiska institutionen, Lärarhögskolan i Uppsala

SAMMANFATTNING

Becker, Stenberg, Lindqvist, Trowald. Matematiska symboler i punktskrift. Rapport nr 34, Projektet PUSS IX, Pedagogiska institutionen, LHU 1972.

Denna rapport har tillkommit i samarbete mellan De Blindas Förening, Skolöverstyrelsen och projektet PUSS. Arbetet är närmast att betrakta som ett pedagogiskt utvecklingsarbete i syfte att göra den nya matematiken tillgänglig för synskadade och att i övrigt utforma punktskriftens matematiksymboler på ett sådant sätt att matematikstudier underlättas.

Grundläggande för arbetet har varit:

A. Den moderna svenska matematik-symboliken i svartskrift.
   Vid granskningen av materialet har Skolöverstyrelsens matematikkonsulenter medverkat.

B. En tysk matematikmetod "Die internationale mathematikschrift", 1955.
   Kontakt har hela tiden funnits mellan den svenska arbetsgruppen och en tysk kommitté som samtidigt anpassat materialet till moderna förhållanden i Tyskland.

C. Det befintliga svenska punktskriftssystemet för matematik.
   Detta system, som bygger på en äldre tysk kod, innehåller inte symboler för exempelvis mängdlära och har också i övrigt en del brister i konstruktionen av symboler. Under åren har emellertid ett betydande antal matematikböcker överförts till punktskrift med hjälp av detta system och det har ansetts önskvärt att ett nytt system så långt som möjligt bör bygga på det gamla, för att underlätta läsning av redan befintlig litteratur.

Den här framlagda symboliken i punktskrift antogs vid sammanträde den 22.6.1972 av Nämnden för svensk punktskrift. Rapporten vänder sig framför allt till synskadade studerande, lärare vid specialskolorna och anpassningskurserna för synskadade, lärare i matematik vid vanliga skolor med synskadade i undervisningen samt till föräldrar och anhöriga.

I. INLEDNING

Föreliggande sammanställning utgör en delrapport inom projektet PUSS, Pedagogiska Undersökningar beträffande de Synskadades Studiesituation, som bedrivs av Pedagogiska institutionen, Lärarhögskolan i Uppsala i samarbete med De Blindas Förening i Stockholm.

Projektets syfte är att belysa och förbättra den synskadades studiesituation varvid framför allt problem av inlärningspsykologisk och studieteknisk art i samband med användandet av specialmedia behandlas.

Denna rapport har tillkommit i samarbete mellan De Blindas Förening, Skolöverstyrelsen och projektet PUSS. Arbetet är närmast att betrakta som ett pedagogiskt utvecklingsarbete i syfte att göra den nya matematiken tillgänglig för synskadade och att i övrigt utforma punktskriftens matematiksymboler på ett sådant sätt att matematikstudier underlättas.

Grundläggande för arbetet har varit:

A. Den moderna svenska matematik-symboliken i svartskrift.

   Vid granskningen av materialet har Skolöverstyrelsens matematikkonsulenter medverkat.

B. En tysk matematikmetod "Die internationale mathematikschrift", 1955.

   Kontakt har hela tiden funnits mellan den svenska arbetsgruppen och en tysk kommitté som samtidigt anpassat materialet till moderna förhållanden i Tyskland.

C. Det befintliga svenska punktskriftssystemet för matematik.

   Detta system, som bygger på en äldre tysk kod, innehåller inte symboler för exempelvis mängdlära och har också i övrigt en del brister i konstruktionen av symboler. Under åren har emellertid ett betydande antal matematikböcker överförts till punktskrift med hjälp av detta system och det har ansetts önskvärt att ett nytt system så långt som möjligt bör bygga på det gamla, för att underlätta läsning av redan befintlig litteratur.

Den här framlagda symboliken i punktskrift antogs vid sammanträde den 22.6.1972 av Nämnden för svensk punktskrift. Rapporten vänder sig framför allt till synskadade studerande, lärare vid specialskolorna och anpassningskurserna för synskadade, lärare i matematik vid vanliga skolor med synskadade i undervisningen samt till föräldrar och anhöriga.

II. DET TYSKA SYSTEMETS FRAMVÄXT

Underlag för det tyska arbetet har varit det matematiksystem som den internationella matematikkommittén (1929-1937) utarbetade. Denna tolvmannakommitté tillsattes 1929 av den internationella blindkongressen i Wien. Ett slutprotokoll över kommitténs arbete sammanställdes av ordförande fil.dr. Nils Juringius, men kom genom krigsutbrottet aldrig ut i tryck. Det tjänade dock som underlag när en kommittémedlem i England, Stafford, framlade "International Braille code of mathematics and chemistry" (RNIB, 1941)[1].

Men mycket snart framkom nya önskemål. I England ville man att matematiksystemet skulle anpassas till "Standard English Braille" och att de i skolan använda matematiktecknen skulle utges separat. Detta gjordes av Bonham och Lochhead på uppdrag av RNIB och resulterade i "Simplified presentation of the international code for brailling mathematics".

På initiativ av Dr. Gerrit van der Mey, Holland, bildades 1950 en fyrmannagrupp vars arbete letts av Dr. Helmut Epheser och som haft till syfte att systematisera och skapa enhetlighet i matematiksymboliken. Uppgiften att sammanställa och utge denna skrift överläts så småningom på Dr. Epheser.

De viktigaste förbättringarna av det ursprungliga systemet anses vara följande:

1. Projektionsmetoden.
2. Det enhetliga sättet att skriva bråk.
3. Omgestaltningen och systematiseringen av de geometriska tecknen, tecknen för elementära funktioner, tecknen för markeringar.

Det är självklart att dessa ändringar, även om de är små, får en återverkan på hela systemet. Läsaren kommer dock att märka, att man hela tiden strävat efter att behålla så mycket som möjligt oförändrat.

---

1) Royal National Institute for the Blind

1. NÅGRA ALLMÄNNA REGLER OCH HJÄLPTECKEN

1.1 TECKENSTÄLLNINGEN

1.1.1 Allmänt

Vid utarbetandet av ett punktskriftssystem för matematikskrift har två huvudprinciper följts:

A) Att skapa lättlästa, lättmemorerade symboler som kräver ett minimum av utrymme.

B) Att skapa symboler som såväl genom utseende som placering så nära som möjligt ansluter sig till svartskriften.

Att förena dessa båda principer har varit mycket svårt. Ofta har de konflikterat mot varandra, varvid den förstas krav fått ge vika för den senares. När man skall återge svartskriftens alla skiftande symboler och förkortningar med punktskriftens 63 tecken är det oundvikligt att ett och samma punktskriftstecken används i flera olika betydelser. Dess innebörd i en viss situation kan exempelvis vara beroende av om den föregås av en tom cell eller ej.

I de kommande tabellerna kommer därför att för varje punktskriftssymbol finnas specificerat hur dess teckenställning är utformad. Man skiljer därvid på tre olika begrepp:

A) En full cell är placerad omedelbart intill symbolen. Då krävs omedelbar anslutning till närmaste tecken.

B) En tom cell är placerad mellan symbolen och en full cell. Då krävs en tom cell mellan symbolen och närmaste tecken.

C) Full cell saknas vid symbolen. Då är teckenställningen valfri. (Se ex. 1:1). Bokstäver och siffror har alltid valfri teckenställning på bägge sidor om sig.

1.1.2 Regler

Följande regler gäller för teckenställningen. Ingen tom cell får lämnas mellan två symboler om någon av dem kräver omedelbar anslutning i överensstämmelse med A) ovan.

Om av två konsekutiva symboler ingen kräver omedelbar anslutning, men åtminstone en av dem kräver tom cell i överensstämmelse med B) ovan, måste en tom cell lämnas mellan dem. (Se ex. 1:1).

Om av två konsekutiva symboler bägge har valfri teckenställning är det också valfritt om man vill lämna en tom cell mellan dem eller ej.

1.1.3 Undantag A

Symbolerna i kapitel 11 förutom minustecknet samt symbolen

i kapitel 18 får ej följa omedelbart efter index- eller experimentförteckningen. (Se ex. 1:2).

Undantag B

Symbolerna

i kapitel 11 får ej stå omedelbart efter liten rund parentes eller mängdklammer. (Se ex. 1:3).

1.2 NÅGRA HJÄLPTECKEN

1.2.1 Övergång från vanlig till matematisk text

1.2.2 Övergång från matematisk till vanlig text

1.2.3 Avdelningstecken: Vid en tom cell

1.2.4 Avdelningstecken: Vid omedelbar fortsättning

1.2.5 Sammanbindningstecken

1.2.6 Förtecken för interpunktion

1.2.7 Förtecken för anmärkningar rörande punktskriften

1.2.8 Övergångstecknen

Om matematiska uttryck förekommer inuti vanlig text är det oftast tillräckligt att lämna två mellanslag på var sida om uttrycket. Befarar man emellertid svårigheter för läsaren i form av förväxlingar kan tecknen från tabellen ovan användas (ex. 1:4). Om enstaka ord förekommer inuti matematisk text skall dessa alltid föregås av tecknet

(Se ex. 1:4)

1.2.9 Avdelningstecknen

Om ett matematiskt uttryck inte får plats på en rad måste man i svartskriften avdela vid en operator varvid denna sedan upprepas i början på fortsättningsraden. För att få ett förkortat skrivsätt använder punktskriften två typer av avdelningstecken i stället för den ovan nämnda metoden.

Om möjligt bör ett uttryck avdelas vid en tom cell. Punkt 6 användes då som avdelningstecken. Den placeras då sist på raden i den ruta som annars skulle ha varit tom och indikerar att uttrycket fortsätter på följande rad (ex 1:5).

Om ett uttryck måste avdelas där inga tomma celler förekommer skall nivåmärket för följande rads första symbol användas som avdelningstecken. Om nivån är en annan än basnivån bör nivåmarkeringen upprepas i början på fortsättningsraden.

1.2.10 Interpunktionstecknen

Om interpunktionstecken dyker upp inuti eller i slutet av en matematisk formel måste de förses med förtecknet

för att förhindra förväxling med matematiska tecken. Ett undantag från denna regel är kommatecknet som endast behöver förses med förtecken då det följer efter index eller exponent och skulle kunna utläsas som en siffra i nedsänkt position.

1.2.11 Anmärkningar rörande punktskriften

Förtecknet

markerar att en följande not ej är hämtad från svartskriften utan har skrivits av kopisten. Ex. 1:7 och 1:8 visar hur tecknet kan användas för att spara utrymme.

Exempel 1:1

I kapitel 4 återfinns i teckentabellen "tillhör ej". Motsvarande punktskriftssymbol har utseendet

vilket då innebär att teckenställningen till höger om denna symbol är valfri men att den till vänster kräver tom ruta. Vill man matematiskt uttryckta att "a ej tillhör M" kan detta göras på följande sätt:

$a \notin M$

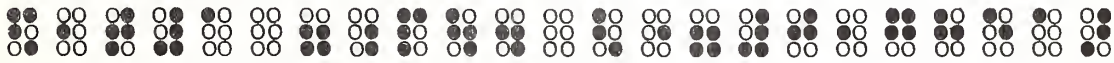
Den tomma rutan till vänster om symbolen måste ovillkorligen finnas. Till höger däremot är teckenställningen valfri både vad gäller symbolen "tillhör ej" och M:et. Därför är det också tillåtet att skriva på bägge av de ovan visade sätten.

Exempel 1:2

(punkt 4 enligt projektionsmetoden)

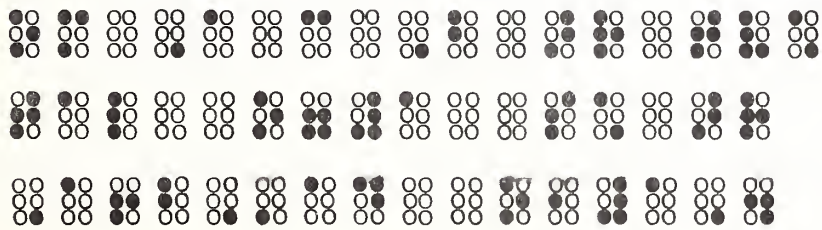
Exempel 1:3

$\arctan 1 = \frac{\pi}{4}$ (= 0,7851)



Exempel 1:4

Om a och b är två tal ≥ 1 så är a+b alltid < 1.



$\frac{1}{x} \rightarrow 0$ om $x \rightarrow \infty$

Exempel 1:5

$a+b+c=0$

$e^{-(x \pm \sqrt{y})T}$

$x+y^{a+1}$

Exempel 1:6

$(x, y+1, z^2, u^3)$.

$\{ a, b, x, y \}$

Exempel 1:7

Om i en text endast förekommer små latinska bokstäver med små grekiska bokstäver som index kan detta markeras genom

varefter bokstavsförtecknen kan utelämnas.

Exempel 1:8

Om i en text litet latinskt d förekommer mycket ofta kan man skriva

vilket då innebär att de kan skrivas utan bokstavsförtecknen i formlerna. Om

skulle förekomma samtidigt med

måste de förstnämnda alltid förses med bokstavsförtecken.

Uttrycket

måste skrivas

$3D+D^2+d$

Exempel 1:9

Om formler eller uttryck i svartskriften är försedda med ordningsnummer bör dessa nummer placeras i punktskriftens vänstermarginal och omges med textparenteser. För att öka överskådligheten bör de flyttas en position utanför marginalen.

a+b=7

(1)

b-a=1

(2)

2. SIFFRORNA

2.1 ARABISKA SIFFROR

2.1.1 De arabiska siffrorna (grundtal)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

2.1.2 De arabiska siffrorna (ordningstal)

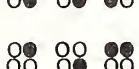
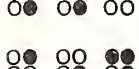
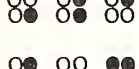
1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.

2.1.3 Decimalkomma

2.1.4 Siffra med streck ovanför

$\bar{1}$ $\bar{2}$ $\bar{3}$ $\bar{4}$ $\bar{5}$ $\bar{6}$ $\bar{7}$ $\bar{8}$ $\bar{9}$ $\bar{0}$

2.2 ROMERSKA SIFFROR

I		eller		ett
V		eller		fem
X		eller		tio
L		eller		femtio
C		eller		etthundra
D		eller		femhundra
M		eller		tusen

Beträffande de olika skrivsätten hänvisas till kapitel 3, reglerna a) och b).

Exempel 2:1

3 567 038

26 094 318, 751 627 25

Exempel 2:2

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{8}{15}$ $\frac{12}{25}$

(Se vidare kapitel 12)

Exempel 2:3

$1\frac{1}{2}$ $5\frac{3}{10}$ $2\frac{13}{15}$

Exempel 2:4

MCMLIX XVIII XVIII

3. BOKSTÄVERNA

3.1 DE OLIKA ALFABETENA HAR FÖLJANDE FÖRTECKEN

	Små	Stora	Latinska
3.1.1 Latinska	⠀⠀ ⠀⠀	⠀⠀ ⠀⠀	
3.1.2 Grekiska	⠀⠀ ⠀⠀	⠀⠀ ⠀⠀	γρεκισκα
3.1.3 Fraktur	⠀⠀ ⠀⠀	⠀⠀ ⠀⠀	fraktur

3.2 DE OLIKA ALFABETENA

3.2.1 Latinska

A	⠀⠀ ⠀⠀	A
B	⠀⠀ ⠀⠀	B
C	⠀⠀ ⠀⠀	C
D	⠀⠀ ⠀⠀	D
E	⠀⠀ ⠀⠀	E
F	⠀⠀ ⠀⠀	F
G	⠀⠀ ⠀⠀	G

H

I

J

K

L

M

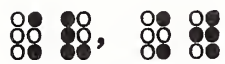
N

O

P

Q

R

S		S
T		T
U		U
V, W		VW
X		X
Y		Y
Z		Z
Å		Å
Ä		Ä
Ö		Ö
a		a

b b

c c

d d

e e

f f

g g

h h

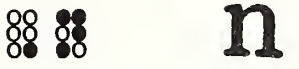
i i

j j

k k

l l

m

n 

o

p

q

r

s

t

u

v, w

x

y

z

å

ä

ö

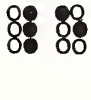
3.2.2 Grekiska

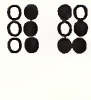
ALFA

BETA

GAMMA

DELTA

EPSILON 

ZETA 

ETA Η

THETA Θ

IOTA Ι

KAPPA Κ

LAMBDA Λ

MY Μ

NY Ν

XI Ξ

OMIKRON Ο

PI Π

RHO Ρ

SIGMA Σ

TAU T

YPSILON Υ

FI Φ

CHI Χ

PSI Ψ

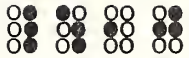
OMEGA Ω

DIGAMMA Ϝ ϝ

KOPPA Ϙ ϙ

SAMPI Ϡ ϡ

STIGMA ϛ

ETA 

THETA

CHI

alfa α

beta β

gamma γ

delta δ

epsilón ε

zeta ζ

eta η

theta ϑ

iota ι

kappa κ

lambda λ

my μ

ny ν

xi ξ

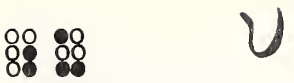
omikrón ο

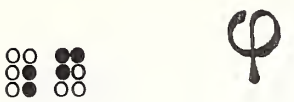
pi π

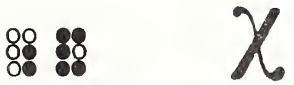
rho ρ

sigma σ

tau τ

ypsilón 

fi 

chi 

psi

omega

digamma

koppa

sampi

stigma

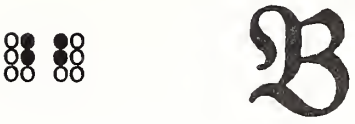
eta

theta

chi

3.2.3 Fraktur

A

B 

C

D

E

F

G

H

I

J

K

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

U

V, W

X

Y

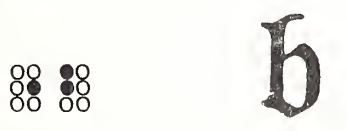
Z

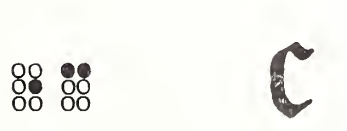
Å

Ä

Ö

a

b 

c 

d

e

f

g

h

i

j

k

l

m

n

o

p

q

r

s

t

u

v, w

x

y

z

å

ä

ö

3.3 DE OLIKA TRYCKSTILARNA HAR FÖLJANDE FÖRTECKEN:

Den fyllda cellen före förtecknet markerar att tryckstilstecknet måste föregås av tecken för alfabeta enligt 3.1).

3.3.1 Rak stil Rak stil

3.3.2 Kursiv stil *Kursiv stil*

3.3.3 Handstil Handstil

3.3.4 Fet stil **Fet stil**

3.3.5 Ornater Ornater

3.4 REGLER

3.4.1 Ett bokstavsförtecken kan bestå av två punktskriftsceller, den första för alfabettyp och den andra för tryckstilstyp. I de flesta fall finns dock ej anledning att skilja mellan olika tryckstilar. I sådana fall utelämnas förtecknet.

3.4.2 Bägge bokstavsförtecknen måste utsättas om en och samma bokstav förekommer i olika betydelser, återgivna med olika tryckstilar.

3.4.3 Bägge bokstavsförtecknen måste utsättas då en speciell tryckstil ger en särskild matematisk betydelse åt en bokstav (exempelvis fetstilta bokstäver för vektorer).

3.4.4 Det är inte nödvändigt att upprepa bokstavsförtecknen vid varje bokstav. Följande två grundregler gäller:

3.4.4.1 I en formel eller matematiskt uttryck gäller ett bokstavsförtecken inte bara för den närmaste bokstaven utan även för alla de därpå följande bokstäverna till formelns slut. Dess verkan kan upphävas genom insättande av ett annat bokstavsförtecken.

3.4.4.2 Bokstavsförtecken måste alltid utsättas vid följande tillfällen:

a) Framför en bokstav inuti vanlig text;

b) Framför första bokstaven i en formel eller matematiskt uttryck;

c) Framför en bokstav som står omedelbart efter en siffra och som ej innehåller punkterna 3 eller 6 (se exempel 3:7);

d) Framför bokstäverna o och omikron;

e) Framför en bokstav som genom projektionsmetoden försetts med nivåmärke;

f) Framför bokstäverna eta, theta och chi om de återges med "originaltecknen" ⠨, ⠹, ⠱.

3.4.5 Det grekiska alfabetet överensstämmer med det filologiska, men har för eta, theta och chi kompletterats med tre ersättningstecken som bör användas då ingen grekisk text förekommer i sammanhanget. Därmed elimineras riskerna för förväxling med andra matematiska tecken. Om originaltecknen för dessa tre bokstäver används måste regeln under 3.4.4.2 f ovan noga beaktas.

Exempel 3:1

Små och stora latinska bokstäver

a b K K L

⠁ ⠃ ⠠⠅ ⠠⠅ ⠠⠇

Exempel 3:2

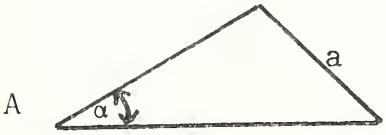
Gotisk fraktur i ornament- och handstil

𝔅 𝔤 𝔏 ℜ

⠠⠃ ⠛ ⠠⠇ ⠠⠗

Exempel 3:3

I en triangel är sidan a belägen mittemot hörnet A och vinkeln α.



⠁ ⠉ ⠙ ⠑ ⠋ ⠛ ⠓ ⠊ ⠚ ⠅ ⠇ ⠍ ⠝ ⠕ ⠏ ⠟ ⠗ ⠎ ⠞ ⠥ ⠧ ⠺ ⠭ ⠽ ⠵

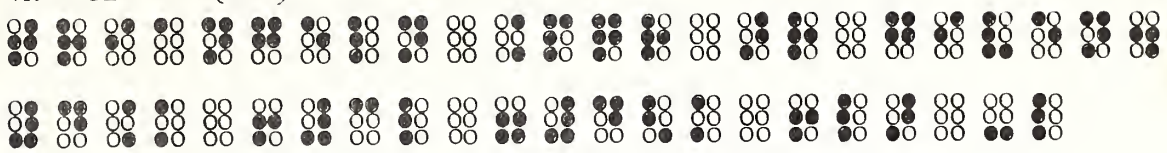
⠁ ⠃ ⠉ ⠙ ⠑ ⠋ ⠛ ⠓ ⠊ ⠚ ⠅ ⠇ ⠍ ⠝ ⠕ ⠏ ⠟ ⠗ ⠎ ⠞ ⠥ ⠧ ⠺ ⠭ ⠽ ⠵

⠁ ⠃ ⠉ ⠙ ⠑ ⠋ ⠛ ⠓ ⠊ ⠚ ⠅ ⠇ ⠍ ⠝ ⠕ ⠏ ⠟ ⠗ ⠎ ⠞ ⠥ ⠧ ⠺ ⠭ ⠽ ⠵

Exempel 3:4

Triangeln PQR är given.

$4K + 3L = 4\ (K+L) - L$



Exempel 3:5

XYZ $\alpha\beta$ $\mathfrak{abcd}$ $\alpha\beta K$

λT

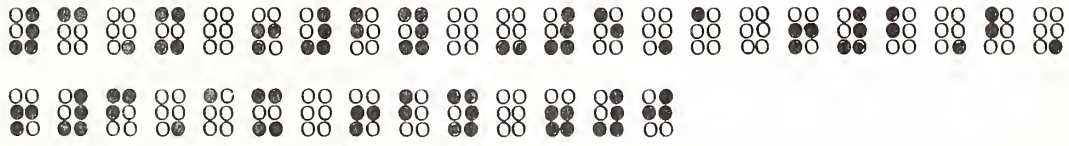
Exempel 3:6

$x + y + z = 7$

$2\lambda + 3\mu = 5$

Exempel 3:7

$3x + 2y - 5a + 2b + 6ax + by = 0$



Exempel 3:8

$u + v = w$

4. SPECIELLT TRYCKTA BOKSTÄVER MED SÄRSKILD BETYDELSE

Dessa bokstäver förses i punktskriften med förtecknet

Förtecknet

har ingen upphävande effekt på ett tidigare bokstavsförtecken.

4.1 Weierstrassiskt p ℘

4.2 Genomkorsat h (atomfysik) ħ

4.3 Tillhör ∈

4.4 Tillhör ej ∉

4.5 Den tomma mängden ∅

4.6 Beloppstecken |

Exempel 4:1

A ∉ B B ∈ C a ∈ ∅

5. GEOMETRISKA TECKEN

5.1 TECKEN SOM I SVARTSKRIFTEN ÄR PLACERADE FÖRE SINA RESPEKTIVE ARGUMENT

Alla dessa tecken är i punktskriften försedda med förtecknet

⠸⠸ och består av ett enda punktskriftstecken (ej bokstav) som försöker i möjligaste mån kopiera svartskriften.

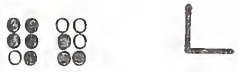
5.1.1 Triangel

5.1.2 Diameter

5.1.3 Cirkel

5.1.4 Kvadrat

5.1.5 Rektangel

5.1.6 Rät vinkel 

5.1.7 Vinkel

Exempel 5:1

5.2 GEOMETRISKA TECKEN SOM I SVARTSKRIFTEN STÅR OVANFÖR SINA RESPEKTIVE ARGUMENT

Dessa tecken har alla förtecknet

⠒⠒ vilket indikerar att de är placerade ovanför sina argument.

5.2.1 Rakt horisontellt streck

5.2.2 Båge

5.2.3 Vektorer, högerriktad pil

5.2.4 Vektorer, vänsterriktad pil

Se även kapitel 18

6. FYSIKALISKA MÅTT, PROCENT M.M.

6.1 MÅTT FÖR TID OCH LÄNGD

Dessa förkortningar tas helt oförändrade från svartskriften och förses samtliga med förtecknet

6.1.1 Dygn d

6.1.2 Timma h

6.1.3 Minut min

6.1.4 Sekund s

6.1.5 Meter m

6.1.6 Kilometer km

6.1.7 Mil mil

6.1.8 Decimeter dm

6.1.9 Centimeter cm

6.1.10 Millimeter mm

6.1.11 Micron µ

6.1.12 Millimicron m µ

6.1.13 Mikromicron µ µ

6.1.14 Ångström Å

6.2 ANDRA FYSIKALISKA MÅTTENHETER

Övriga måttenheter har samma konstruktion som de under 6.1, t.ex.

6.2.1 Ampere A

6.2.2 Atmosfär, fysikalisk Atm

6.2.3 Atmosfär, teknisk at

6.2.4 Bar bar

6.2.5 Farad F

6.2.6 Gram g

6.2.7 Hertz Hz

6.2.8 Joule J

6.2.9 Kalori cal

6.2.10 Liter l

6.2.11 Newton N

6.2.12 Ohm Ω

6.2.13 Pond p

6.2.14 Ton t

6.2.15 Tera- T

6.2.16 Giga- G

6.2.17 Mega- M

6.2.18 Kilo- k

6.2.19 Milli- m

6.2.20 Mikro- μ

6.2.21 Nano- n

6.2.22 Pico- p

Ovanstående lista är ingalunda fullständig. För övriga måttenheter se reglerna i kapitel 7.

I allmänhet är teckenställningen valfri till vänster om dessa ordförkortningar. Till höger däremot krävs alltid en tom cell.

Ett undantag: Om ett uttryck består av ett antal måttenheter sammansatta med aritmetiska operatorer erhålls ett förkortat skrivsätt om förtecknet dubbleras före den första enheten och tomma celler sedan undviks genom hela uttrycket (exempel 6:2).

6.3. PROCENT OCH PROMILLE, TEMPERATUR OCH VINKLAR

6.3.1 Procent %

6.3.2 Promille ‰

6.3.3 Grad ° eller

6.3.4 Minut ′ eller

6.3.5 Sekund ″ eller

6.3.6 Radian

Omedelbart efter en bokstav är förtecknet
onödigt.

Exempel 6:1

1 MW = 1 000 kW

Exempel 6:2

$1 \text{ dyn} = 1 \text{ g} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^{-2}$;

$\varepsilon_o = 8{,}8551 \cdot 10^{-14} \ \frac{\text{A} \cdot \text{sec}}{\text{V} \cdot \text{cm}}$

Exempel 6:3

$1 \text{ Gauss} = 1 \text{ g}^{1/2} \cdot \text{cm}^{-1/2} \cdot \text{sec}^{-1}$

Exempel 6:4

$\frac{1}{2}^{\circ} = 30'$

f_o

7. ORDFÖRKORTNINGAR SOM TAS OFÖRÄNDRADE FRÅN SVARTSKRIFTEN

7.1. NÅGRA ORDFÖRKORTNINGAR

7.1.1 Determinant det

7.1.2 Finis fin

7.1.3 Infimum inf

7.1.4 Supremum sup

7.2 FÖRTECKNETS ANVÄNDNING

Förtecknet

används dels för de geometriska tecknen (kapitel 5) dels för alla ordförkortningar som tas oförändrade från svartskriften. Listan ovan är exempel på sådana.

7.3 FÖRKORTAT SKRIVSÄTT

För att skapa ett kortare skrivsätt används i stället för reglerna om bokstavsförtecken följande:

7.3.1 Ett alfabetförtecken utsäger att alla följande bokstäver fram till nästa förtecken eller symbolens slut är av samma typ.

7.3.2 Förtecknen för stora bokstäver hänför sig dock bara till den närmast följande bokstaven.

7.3.3 Om första bokstaven är liten latinsk överhoppas alfabetsförtecknet. Exempelvis

innebär m, H och y

8. ORDFÖRKORTNINGAR SOM I PUNKTSKRIFTEN UTNYTTJAR FÖRTECKNET ⠈

För att spara utrymme har en del av svartskriftens ordförkortningar ytterligare förkortats i punktskriften. Dessa förses då med förtecknet ⠈ och består av en enda bokstav.

	Svartskrift	Punktskrift
8.1 Konstant	konst	⠈⠉
	Konst	⠈⠠⠉
8.2 Limes	Lim	⠈⠇
8.3 Maximum	Max	⠈⠍
8.4 Minimum	Min	⠈⠎
8.5 Modulo	Mod	⠈⠏
8.6 Modulis	Modd	⠈⠙
8.7 Radian (Radial, Radiant)	Rad	⠈⠗
8.8 Signum	Sgn	⠈⠝

Teckenställningen är valfri på bägge sidor om dessa symboler.

9. ORDFÖRKORTNINGAR SOM UTNYTTJAR FÖRTECKNET ⠈

För att spara utrymme har svartskriftens ordförkortningar för en del vanliga funktioner ytterligare förkortats i punktskriften. Konstruktionen består av förtecknet

⠈ följt av eventuellt en eller två bokstäver (a-j) i nedsänkt position och därefter en position innehållande antingen en bokstav eller tecknet

⠸ ⠨

9.1 EXPONENTIAL- OCH LOGARITMFUNKTIONERNA

	Svartskrift	Punktskrift
9.1.1 Exponentialfunktion	Exp	⠈⠑⠭⠏
9.1.2 Logaritm	Log	⠈⠇⠕⠛
9.1.3 Tiologaritm	Lg	⠈⠇⠛
9.1.4 Naturlig logaritm	Ln	⠈⠇⠝
9.1.5 Antilogaritm	Antilog	⠈⠁⠝⠞⠊⠇⠕⠛
9.1.6 Komplementlogaritm	Cpllog	⠈⠉⠏⠇⠇⠕⠛
9.1.7 Numerus	Num	⠈⠝⠥⠍
9.1.8 Argument	Arg	⠈⠁⠗⠛

9.2 TRIGONOMETRISKA FUNKTIONER OCH DERAS INVERSER

9.2.1 Arcus	Arc	⠈⠁⠗⠉
9.2.2 Sinus	Sin	⠈⠎⠊⠝
9.2.3 Cosinus	Cos	⠈⠉⠕⠎
9.2.4 Tangens	Tan	⠈⠞⠁⠝
9.2.5 Cotangens	Cot	⠈⠉⠕⠞
9.2.6 Secant	Sec	⠈⠎⠑⠉

	Svartskrift	Punktskrift
9.2.7 Cosecant	Cosec	
9.2.8 Arcussinus	Arcsin	
9.2.9 Arcuscosinus	Arccos	
9.2.10 Arcustangens	Arctan	
9.2.11 Arcuscotangens	Arccot	
9.2.12 Arcsecant	Arcsec	
9.2.13 Arccosecant	Arccosec	
9.3 HYPERBOLISKA FUNKTIONER OCH DERAS INVERSER		
9.3.1 Sinus hyperbolicus	Sh	
9.3.2 Cosinus hyperb.	Ch	
9.3.3 Tangens hyperb.	Th	
9.3.4 Cotangens hyperb.	Coth	
9.4 ORDFÖRKORTNINGAR INOM VEKTORANALYSEN		
9.4.1 Gradient	grad, Grad	
9.4.2 Divergens	div, Div	
9.4.3 Rotation eller Curl	rot, Rot curl, Curl	

Alla symboler inledda med förtecknet

har valfri teckenställning på båda sidor. Om ytterligare symboler av denna typ behöver konstrueras, är det viktigt att detta sker på ekvivalent sätt med ovanstående tabeller. Verkan av ett tidigare bokstavsförtecken upphävs ej av dessa symboler.

Exempel 9:1

Exp $x = e^x$;

Exp ln $x = x$

Exempel 9:2

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \tan x = \frac{1}{\cot x}$$

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$$

Exempel 9:3

Antilog 0,3010 = 2;

$\ln e = {}^{10}\log 10 = 1$

Exempel 9:4

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1-\tan^2 \alpha}$$

Exempel 9:5

$$\sinh x = \frac{1}{2} (e^x - e^{-x})$$

10. DIVERSE SYMBOLER SOM I PUNKTSKRIFTEN UTNYTTJAR FÖRTECKNET

Punktskriftssymbolen består av förtecknet

samt ett tecken eller en bokstav. Den används för att återge matematiksymboler inom vektoranalysen, logiken och mängdläran.

10.1 Nabla ∇

10.2 Kvadrat □

10.3 Laplace's delta ⊿

10.4 Alef ℵ

10.5 Komplementmängd ∁

10.6 Existenskvantor ∃

10.7 Allkvantor ∀

Alla har valfri teckenställning och upphäver ej ett tidigare bokstavsförtecken

Exempel 10:1

div grad $\varphi = \Delta\varphi$

eller

Exempel 10:2

div $\nabla\varphi = \Delta\varphi$

eller

Exempel 10:3

$A \cup \complement A = U$

Se vidare exempel i kapitel 13

11. ARITMETISKA OPERATIONER, JÄMFÖRELSEOPERATORER M.M.

11.1 Plus	+	
11.2 Minus	-	
11.3 Plus eller minus	±	
11.4 Minus eller plus	∓	
11.5 Multiplikation: punkt	·	
11.6 Multiplikation: kryss	x	
11.7 Multiplikation: stjärna	✳	
11.8 Division: bråkstreck	-	
11.9 Division: kolon[x)]	:	
11.10 Bråkavgränsning före		
11.11 Bråkavgränsning efter		
11.12 Fakultet	!	
11.13 Eftersom	∴	
11.14 Alltså	∴	
11.15 Lika med	=	
11.16 Ej lika med	≠	
11.17 Identiskt lika med	≡	
11.18 Ej identiskt lika med	≢	

x) I Sverige används tecknet numera endast som skalfaktor.

11.19 Högerriktad pil →

11.20 Vänsterriktad pil ←

11.21 Dubbelriktad pil ↔

11.22 Större än >

11.23 Ej större än ≯

11.24 Större än eller lika med ≥

11.25 Mindre än <

11.26 Ej mindre än ≮

11.27 Mindre än eller lika med ≤

11.28 Mycket större än >>

11.29 Mycket mindre än <<

11.30 Större eller mindre än ≷

11.31 Mindre eller större än ≶

11.32 Större än, lika med eller mindre än ≧≦

11.33 Likformig med ∽

11.34 Ej likformig med ≁

11.35 Ungefär lika med ≈

11.36 Kongruent med ≅

11.37 Ej kongruent med ≇

11.38 Projektion: Ortogonal

11.39 Projektion: Central

11.40 Proportionell mot

11.41 Delare

11.42 Ej delare

11.43 Normal

11.44 Parallell med

11.45 Parallell och lika med

11.46 Avbildas på

Teckenställningen framgår av tabellen. I huvudsak gäller dessutom att tom cell krävs till vänster, men att fortsättningen skall följa omedelbart till höger. Ett viktigt undantag är fakultettecknet som följer precis motsatt regel.

Då svartskriften sammansätter flera tecken placeras alltid i punktskriften det översta tecknet före det nedersta. Exempel:

En negation görs ofta med ett vertikalt streck eller ett snedstreck. Punktskriftens motsvarighet är

Tecknet

skall endast användas för multiplikationskrysset.

Tecknet

kan däremot användas för både proportionalitet och division.

Exempel 11:1

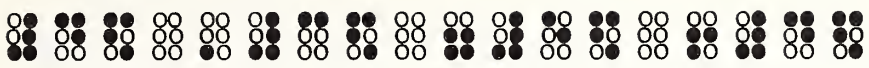
$3 \div 4 = 7$ $\qquad$ $a - b = c$

Exempel 11:2

$3 \cdot 4 \neq 11$ $\qquad$ $\parallel = 3.1$

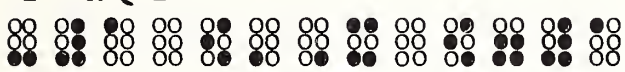
Exempel 11:3

$4! \cdot 3! = 5! + 4!$



Exempel 11:4

$-1 < x \leqslant 1$



Exempel 11:5

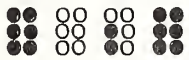
Funktionen $x \curvearrowright \frac{1}{x} \to 0$ om $x \to \infty$

12. BRÅK

I punktskriften återges alltid täljaren först. Därefter följer bråktecknet

och sist nämnaren. Vi skiljer på två sätt att skriva: ett komplett och ett förkortat.

12.1 DEN KOMPLETTA METODEN

Före täljaren placeras avgränsningstecknet


Bråktecknet omges med tom cell på bägge sidor, och efter nämnaren placeras avgränsningstecknet

12.2 DEN FÖRKORTADE METODEN

Vid användning av denna metod utnyttjas inga avgränsningstecken. Inga tomma celler placeras kring bråktecknet. Tomma celler måste också undvikas inom täljare och nämnare.

För enkla bråk som ej ingår i en exponent, index eller rotuttryck och ej heller är försedda med någon symbol från kapitel 18 gäller följande regler:

12.2.1 Om varken täljare eller nämnare innehåller tecken som kräver tom cell tillämpas huvudregeln ovan.

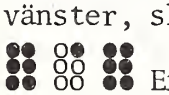
12.2.2 Om nämnaren består av siffror skrivs dessa i nedsänkt position utan siffertecken. Exempel 12:3.

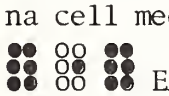
12.2.3 Om både täljare och nämnare består av siffror kan bråktecknet helt utelämnas. Exempel 12:3.

12.2.4 Om endera täljare eller nämnare innehåller symboler som kräver tom cell måste följande specialregler tillämpas:

I alla tomma celler placeras tecknet

Exempel 12:4

Om täljare eller nämnare inleds med ett tecken som kräver tom cell till vänster, skall även denna förses med

Exempel 12:5

Om täljare avslutas med en symbol som kräver tom cell till höger förses denna cell med tecknet

Exempel 12:6

12.2.5 Enkla bråk under 3. ovan kräver inga tomma celler. Alla övriga däremot som skrivs med den förkortade metoden måste omges av tomma celler.

12.3 KOMPLICERADE BRÅK

För att återge mer komplicerade bråk rekommenderas den kompletta metoden för det största bråket, och den förkortade metoden för bråk som finns inom den stora täljaren eller nämnaren (exempel 12:7).

12.4 KEDJEBRÅK

Kedjebråk återges med den kompletta metoden. Början på varje nytt delbråk anges med avgränsningstecknet

medan kedjebråkets slut markeras med en full cell följt av avgränsningstecknet

se exempel 12:8

På ett liknande sätt kan kombinationen av tecknet

och en full cell beteckna den samtidiga början av flera bråkstreck (exempel 12:9). I vissa fall kan det dock bli tydligare för läsaren om man återger dessa typer av bråk med kopior av svartskriftens skrivsätt.

Exempel 12:1

$$\frac{ax + by + c}{px + qy + r}$$

Exempel 12:2

$\frac{a}{b}$ $\frac{f\ (x)}{g\ (x)}$ $\frac{dy}{dx}$

Exempel 12:3

$\frac{m}{4}$ $\frac{¶}{6}$ $\frac{r}{10}$

Exempel 12:4

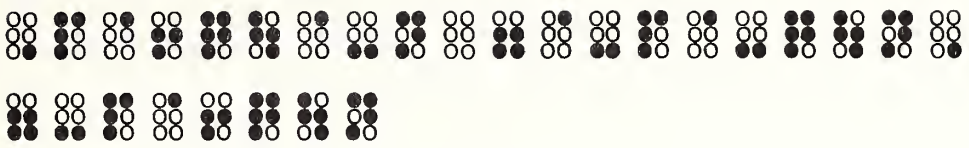
$\frac{n-1}{2}$

$\frac{1}{2n+1}$

$\frac{a+b}{a-b}$

Exempel 12:5

$$\frac{p+q}{-n} = \frac{-p-q}{n} = -\frac{p+q}{n}$$



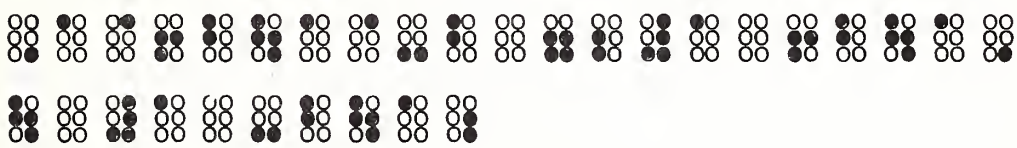
Exempel 12:6

$$\frac{(n+1)!}{2 \P i}$$

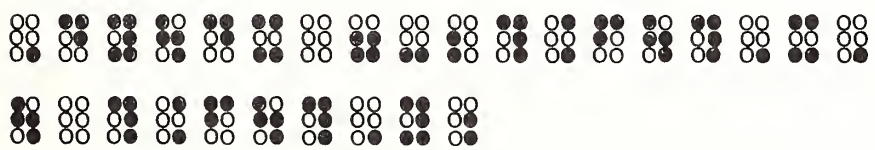
$$\frac{|x|}{2}$$

Exempel 12:7

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{1 + \frac{b}{a}}{1 - \frac{b}{a}}$$

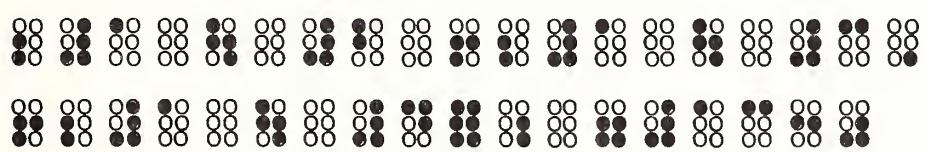


$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}$$

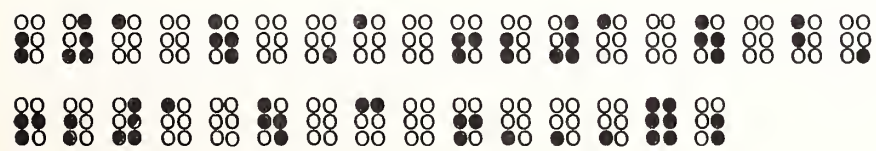


Exempel 12:8

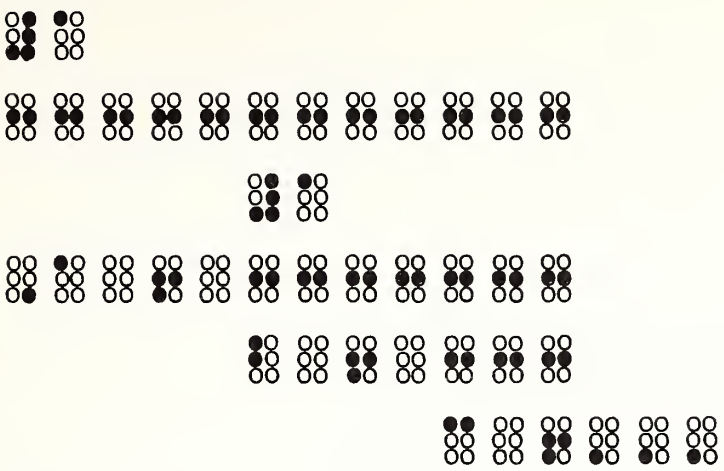
$$\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4}}} = \frac{13}{30}$$



$$\cfrac{1}{a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{c+\cdots}}} =$$

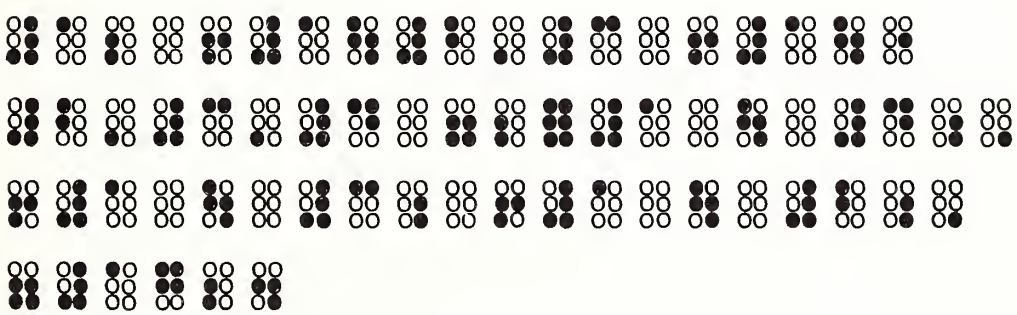


eller



Exempel 12:9

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4} = \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4}}} = \frac{17}{24}$$



13. LOGIK OCH MÄNGDLÄRA

13.1 Union, föreningsmängd ∪

13.2 Snittmängd, skärning ∩

13.3 Komplementmängd ∁

13.4 Alef ℵ

13.5 Allkvantor ∀

13.6 Existenskvantor ∃

13.7 Tillhör ∈

13.8 Tillhör ej ∉

13.9 Den tomma mängden ∅

13.10 Delmängd ⊆

13.11 Äkta delmängd ⊂

13.12 Omfattar ⊃

13.13 Omfattar eller lika med ⊇

13.14 Boll (komposition) ∘

13.15 Produktmängd ×

13.16 Differens (vid mängder) ∖

13.17 Mängdklammer { }

13.18 Disjunktion, eller ∨

13.19 Konjunktion, och ∧

13.20 Negation $\neg$ $\neg$

13.21 Implikation åt höger $\Rightarrow$

13.22 Implikation åt vänster $\Leftarrow$

13.23 Ekvivalens $\Leftrightarrow$

Exempel 13:1

$3 \in \{2,3,4\}$

Exempel 13:2

$3 \notin \{1,2\}$

Exempel 13:3

$E = \{(x,y): x \in A \text{ och } y \in B\}$

Exempel 13:4

$A \cup \phi = A$

$A \cup (A \cap B) = A$

Exempel 13:5

$A \subseteq B \Leftrightarrow B \supseteq A$

Exempel 13:6

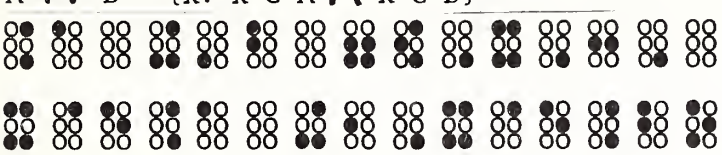
$A \times B = \{a,b) : a \in A \text{ och } b \in B\}$

Exempel 13:7

$x < 5 \Rightarrow x < 8$

Exempel 13:8

$A \cap B = \{x: x \in A \wedge x \in B\}$



Exempel 13:9

$\exists x \in M \mid f(x) = 0$

Exempel 13:10

$a \circ b = a + b \quad \forall a,b \in Q$

Exempel 13:11

$\supset p \wedge \supset q \Leftrightarrow \supset (p \vee q)$

14. PROJEKTIONSMETODEN

I svartskriften utnyttjas möjligheten att skriva på olika nivåer av raden mycket flitigt. Exempel på detta är bråk, index och exponenter. Ett rotmärke skrivs ovanför raden och dess längd markerar hur stor del av ett uttryck det omfattar.

För att återge detta i punktskrift krävs speciella metoder. I själva verket är problemet detsamma som med notskriften - att återge svartskriftens tvådimensionella skrivsätt med punktskriftens endimensionella.

Projektionsmetoden arbetar också med olika nivåer, men de fungerar inte som svartskriftens motsvarigheter utan skall enbart betraktas som ett hjälpmedel vid återgivande av komplicerade matematiska uttryck.

14.1 FÖRUTSÄTTNINGAR

Ett svartskriftstecken står på basnivån (nivå 0) om det varken utgör ett index eller exponent eller ingår i ett bråk. Det får inte heller ingå i ett uttryck som omfattas av liggande klamrar eller parenteser.

På en godtycklig nivå (1, 2, 3, ...) står:

14.1.1 Index och exponenter hörande till en symbol på närmast lägre nivå;

14.1.2 Täljare och nämnare av ett bråk; själva bråkstrecket

betraktas som stående på närmast lägre nivå;

14.1.3 Formeldelar som ingår under ett rotmärke eller liggande parenteser.

Av punktskriften måste framgå på vilken nivå de individuella tecknen står, men framför allt var nivån ändras.

14.2 REGLER

Följande regler följer direkt förutsättningarna ovan:

14.2.1 Ett bråkstreck

anger att de formeldelar stående omedelbart anslutna på ömse sidor står på en högre nivå än bråkstrecket självt.

14.2.2 Ett rotmärke eller en liggande parentes eller dylikt från kapitel 18 anger att den formeldel de omfattar står på närmast högre nivå.

14.2.3 Förtecknen för index och exponenter (kapitel 15) står alltid på samma nivå som huvudsymbolen. Själva indexet eller exponenten står på närmast högre nivå.

14.2.4 Tecknet

kan användas för att markera en sänkning av nivån med ett steg. Nivån anges med nivåmärken (kapitel 15). För deras användning gäller följande regler:

14.2.5 En formeldel som ej står på basnivå får ej innehålla några tomma celler utan alla dessa fylls med korrekt nivåmärke.

14.2.6 På liknande sätt kan en tom cell på basnivå fyllas ut med

för att skapa ett kortare skrivsätt utan att nivån höjs.

14.2.7 Ett nivåmärke skall alltid placeras in där nivån ändras, förutsatt att detta inte framgår på annat sätt (14.2.1 - 14.2.4 ovan). Nivåmärket anger alltid nivån på närmast följande tecken. OBS! Om nivåmärke placeras omedelbart före en bokstav måste denna alltid förses med bokstavsförtecken.

14.2.8 Att nivån höjs efter exponent-, indexförtecken och liggande parenteser är självklart och behöver ej särskilt markeras. Slutet på en sådan formeldel kan markeras på följande sätt:

14.2.8.1 Med nivåmärke för en lägre nivå; med en tom cell om formelns fortsättning ligger på basnivå; med tecknet

om nivån sänks ett steg; med en högerparentes om motsvarande vänsterparentes står på en lägre nivå.

14.2.8.2 Ibland kan man vara betjänt av ett hjälptecken som höjer nivån ett steg. För detta ändamål kan en full cell användas. Den har då valfri teckenställning till vänster men kräver omedelbar anslutning till höger. Om det föregås av tom cell står det på basnivån och anger då att följande tecken står på första nivån. Lämnas ingen tom cell till vänster står hjälptecknet på samma nivå som närmast föregående tecken.

OBS! Detta hjälptecken får ej användas tillsammans med en vänsterparentes då det skulle kunna förväxlas med hjälptecknet för stora parenteser och klamrar.

15. EXPONENTER, RÖTTER OCH INDEX

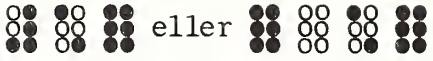
15.1 TECKNEN

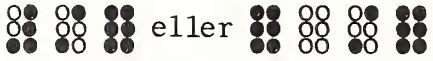
15.1.1 Rotmärke

15.1.2 Förtecken för exponent

15.1.3 Nedre index till höger

15.1.4 Övre index till höger

15.1.5 Nedre index till vänster 

15.1.6 Övre index till vänster 

15.1.7 Index rakt ovanför

15.1.8 Index rakt under

15.1.9 Nivåmärke för basnivån

15.1.10 Nivåmärke för första nivån

15.1.11 Nivåmärke för andra nivån

15.1.12 Nivåmärke för tredje nivån

15.1.13 Nivåsänkningstecken

15.1.14 Hjälptecken för nivåhöjning

15.2 REGLER FÖR EXPONENTER OCH HÖGERSTÄLLDA INDEX

Alla exponenter och högerställda index placeras i punktskrift efter den symbol de hör till. Man skiljer på enkla och sammansatta förtecken.

15.2.1 Enkla förtecken. De enkla förtecknen finns återgivna i tabellen ovan. Reglerna från kapitel 14.2.8.1 kan sammanfattas för dessa förtecken på följande sätt:

15.2.1.1 Om en exponent eller högerställt index endast består av siffror kan dessa skrivas i nedsänkt position utan siffertecken. Förtecknets verkan upphör vid en tom cell eller vid varje annat tecken som följer.

15.2.1.2 Verkan av ett enkelt förtecken upphävs alltid av ett nytt förtecken för exponent, index, rot eller bråkstreck. (Exempel 15:2).

15.2.1.3 En vänsterparentes anger alltid att index eller exponent är slut, såvida den inte står omedelbart efter förtecknet eller skilt från detta endast med ett operationstecken. (Exempel 15:3).

15.2.2 Sammansatta förtecken. De sammansatta förtecknen identifieras genom att ett nivåmärke placeras mellan huvudsymbolen och förtecknet. Upphävande av dessa förtecken måste ske enligt kapitel 14.2.8.1. (Exempel 15:4).

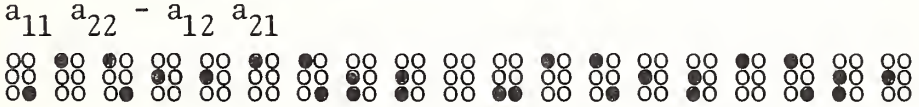
15.2.3 Om flera suffix förekommer vid samma symbol placeras de alla efter varandra med respektive förtecken, alltid med en eventuell exponent sist.

15.2.4 Övre och undre gräns för summa, produkt och integral behandlas som högerställda index och de enkla förtecknen kan användas. Behövs sammansatta förtecken skapas dessa genom att sätta punkt 6 före de enkla förtecknen och (Se exempel kapitel 19).

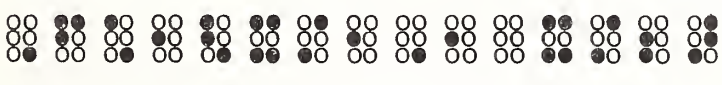
Exempel 15:1

$a^2\ b^3\ c$

$a_{11}\ a_{22} - a_{12}\ a_{21}$



$f_1\ (x^1, x^2)$



$\frac{x^3}{3!}$

Exempel 15:2

a^k_n

$p^{r}_{2n - 1}$

$\frac{x^{2n+1}}{3(2n+1)}$

$\frac{x^{n}}{n\,!}$

Exempel 15:3

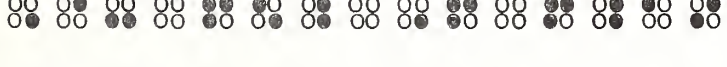
$f_{n}(x)$

$f_{n+1}(x)$

$g_{ij}\ (x^{k})$

$A^{-(n+1)}$

$e^{+}\ (\alpha t + \beta)$



Exempel 15:4

$F_{n_k}(x)$

$P_{1}, P_{4}, P_{9}, \ldots, P_{N}{}^{2}$

X^{n1}, X^{n2}, X^{n4}, ... X^{n2k}

$$A_k = a^{2^{2k-1}-1}$$

Exempel 15:5

X_n^i

I uttrycket

är n och i nedre respektive övre index till X;

$X_n^{i^r}$

I uttrycket

är n och i nedre respektive övre index och r exponent till X;

X_{n_i}

I uttrycket

är n^i nedre index till X;

$X_{n_i}^r$

I uttrycket

är n^i nedre index och r exponent till X.

Exempel 15:6

$$\frac{a^m}{n} = \frac{1}{n} \cdot a^m$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\frac{a}{n^m} = a \cdot n^{-m}$$

15.3 REGLER FÖR VÄNSTERSTÄLLDA INDEX (PREFIX)

Index som är placerade till vänster om huvudsymbolen skrivs i punktskrift alltid före densamma. De fullständiga förtecknen kan alltid användas, men om inga svårigheter är att befara kan den förkortade formen

och användas.

15.3.1 Enkla förtecken

Enkla förtecken kan användas om prefixet utgörs av en enda bokstav eller några siffror.

15.3.2 Sammansatta förtecken

De sammansatta förtecknen skapas genom att placera ett nivåmärke före förtecknet. Upphävande av ett sådant förtecken måste anges enligt kapitel 14.2.8.1.

15.3.3 Om flera prefix förekommer samtidigt skrivs de efter varandra. Deras inbördes ordning är likgiltig.

15.3.4 Exponenten till ett rotmärke behandlas som ett övre prefix.

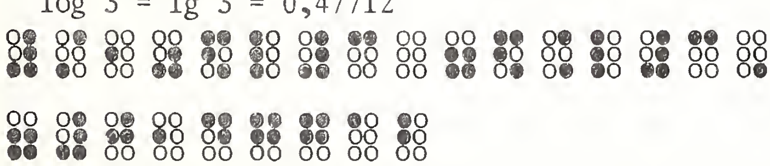
15.3.5 Om index förekommer rakt ovanför huvudsymbolen kan prefixförtecknen användas. Skulle dock prefix förekomma i samma text kan de speciella tecknen från tabellen nyttjas.

Exempel 15:7

$\sqrt[3]{8} = 2$

$5 + {}^{10}\log 10 = 6$

${}^{10}\log 3 = \lg 3 = 0{,}47712$



${}_{k}A^{n}$

$k \cdot 1^{A^n}$

Exempel 15:8

$X \cdot \sqrt[n+1]{y}$

vill man skriva utan multiplikationspunkten blir det tydligare

$X\sqrt[n+1]{y}$

Exempel 15:9

$A^x \cdot \sqrt[n+1]{y} = A^x \cdot y^{\frac{1}{n+1}}$

15.4 REGLER FÖR ROTMÄRKET

Man skiljer även på enkel och sammansatt rotmärke.

15.4.1 Det enkla rotmärket

upphävs av ett annat rotmärke, ett bråkstreck eller en tom cell. Dess slut behöver därför ej särskilt markeras. (Exempel 15:10).

15.4.2 Ett sammansatt rotmärke bildas genom att ett nivåmärke placeras före själva rottecknet. Upphävande av en sådan symbol måste ske enligt kapitel 14.8.2.1. (Se även exempel 15:11).

Exempel 15:10

$\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}70709$

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

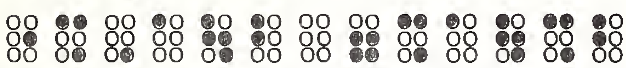
$r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

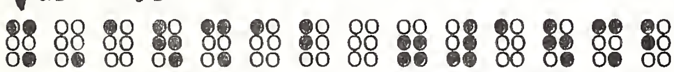
Exempel 15:11

$$\sqrt{2\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2}$$

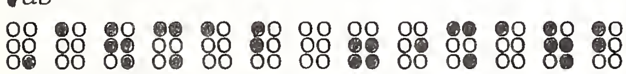
$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$



$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} = \frac{1}{\sqrt{b}}$$

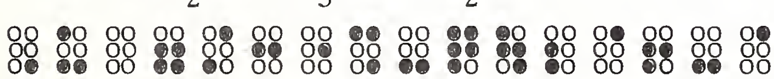


$$\frac{a}{\sqrt{ab}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$



$$\sqrt{x + y - 2\sqrt{xy}} = \pm (\sqrt{x} - \sqrt{y})$$

$$u = - \sqrt[3]{\frac{-q}{2}} \pm \sqrt{(\frac{p}{3})^3 + (\frac{q}{2})^2}$$



15.5 BRÅK OCH PROJEKTIONSMETODEN

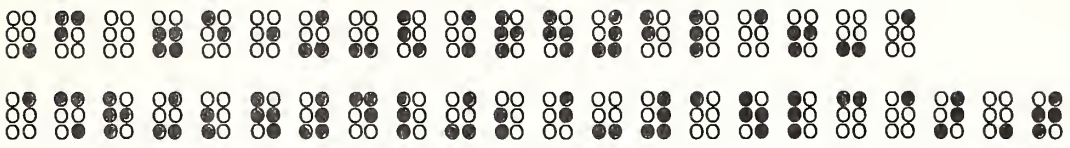
Bråk intar en särställning inom projektionsmetoden eftersom den förkortade metoden att skriva bråk åstadkommer en nivåhöjning både till vänster och höger om själva bråktecknet. Som regel framgår klart av sammanhanget var en täljare börjar, men ibland kan den behöva markeras särskilt. Det kan göras genom att:

15.5.1 Placera ett nivåmärke före täljarens första faktor;

15.5.2 Placera en full cell som ett nivåhöjningsmärke. Om täljaren består enbart av en siffra kan denna placeras i nedsänkt position utan siffertecken omedelbart efter den fulla cellen.

Exempel 15:13

$$f = e^{-\left(\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}\right)t}$$

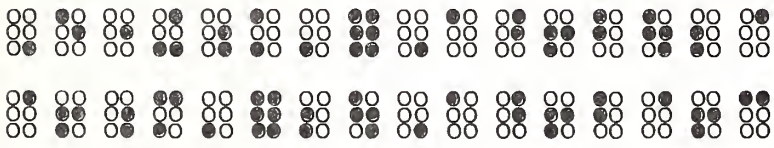


här behöver täljarna ej särskilt markeras.

Exempel 15:14

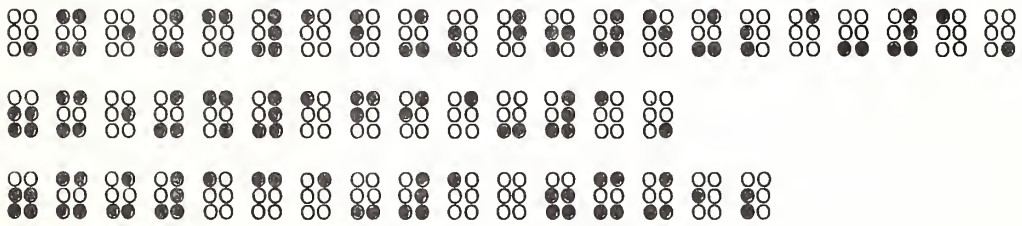
$$e^{k} \cdot \frac{a + b}{2} + \mu \cdot \frac{2}{a + b} + c$$

eller



Exempel 15:15

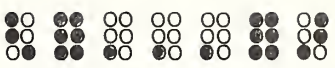
$$x\sqrt{12^2 + 5^2} - 1 = x\sqrt{169} - 1 = x^{13} - 1 = x^{12}$$



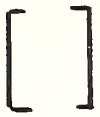
16. PARENTESER, VERTIKALA STRECK M.M.

16.1 TECKNEN

16.1.1 Rund parentes



16.1.2 Kantig parentes
Hakeparentes



16.1.3 Mängdklammer

16.1.4 Snedvinklig parentes

16.1.5 Enkelt vertikalt streck

16.1.6 Par av vertikala streck

16.1.7 Par av vertikala dubbelstreck

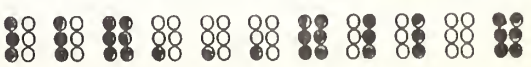
eller

16.1.8 Vertikala streck för en determinant

16.1.9 Parenteser för en matris

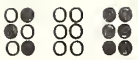
16.1.10 Dubbelstreck för en matris

eller

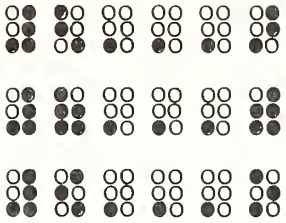


16.1.11 Stor klammer omfattande mer än en rad

{



16.1.12 Speciella parenteser för punktskriften



16.1.13 Tecken för ny rad i svartskriften

Speciella punktskriftstecken för stora parenteser är i regel överflödiga. Finns det anledning att skilja mellan små och stora parenteser placeras en full cell på inre sidan av parentesen för att markera att den är stor. (Exempel 16:1).

Komplicerade uttryck kan, förutom genom projektionsmetoden, återges genom att inkapsla krångliga index och exponenter i speciella punktskriftsparenteser. Emellertid blir det ett allt för klumpigt sätt att enbart använda dessa specialparenteser. Ofta kan det dock bli tydligare och mer lättläst om man använder en kombination av projektionsmetoden och specialparenteserna i stället för att enbart använda projektion. (Exempel 16:2).

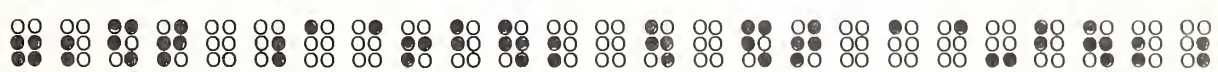
Exempel 16:1

$$F\left(\int (t),\ \rho\ (t)\right)$$

Exempel 16:2

$$\frac{a + b}{a - b} = \frac{\tan \frac{\alpha + \beta}{2}}{\tan \frac{\alpha - \beta}{2}}$$

eller



Exempel 16:3

$$e^{\alpha} + \int_0^x \frac{f_2(u)}{f_1(u)}\,du$$

Exempel 16:4

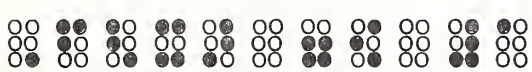
$\binom{5}{3} = 10$

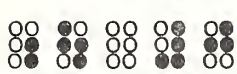
$\begin{bmatrix} ij \\ k \end{bmatrix}$

$\left\{ \begin{matrix} ij \\ k \end{matrix} \right\}$

Exempel 16:5

$$f(x) = \begin{cases} 1 \text{ för rationella } x \\ 0 \text{ för irrationella } x \end{cases}$$

 för rationella x

 för irrationella x

$$\sigma_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ om } i = j \\ 0 \text{ om } i \neq j \end{cases}$$

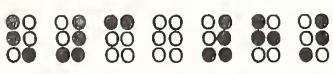
om

om

.

Exempel 16:6

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$$



$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} = 5$$

17. MARKERINGAR

17.1 MARKERINGAR SOM STÅR OVANFÖR ELLER NEDANFÖR PÅ HÖGRA SIDAN OM SYMBOLEN

17.1.1 Snedstreck

17.1.2 Asterisk

17.1.3 Kryss

17.1.4 Plus

17.1.5 Minus

17.2 MARKERINGAR SOM STÅR RAKT OVANFÖR ELLER NEDANFÖR SYMBOLEN

17.2.1 Streck

17.2.2 Vågigt streck

17.2.3 Punkt

17.2.3 Cirkumflex

17.2.5 Högerriktad pil

17.2.6 Vänsterriktad pil

17.2.7 Kil till höger

17.2.8 Kil till vänster

17.2.9 Speciella markeringar

17.2.10 Förtecken för övre markering

17.2.11 Förtecken för undre markering

Markeringar placeras i punktskriften alltid efter den symbol de tillhör. Förtecknen och placeras mellan symbolen och markeringen. Övre markeringar kan i regel skrivas utan förtecken, dock ej om de förekommer samtidigt med undre markeringar.

Om fler än två markeringar av samma typ förekommer ersätts de av en siffra i nedre position som anger antalet markeringar. Vilken typ av markering som är för handen anges i en not.

Om markeringar och index eller exponenter förekommer samtidigt placeras markeringarna först. De har ingen nivåhöjande effekt.

Ibland förekommer att markeringar står placerade litet till vänster i stället för till höger om huvudsymbolen. Då placeras de i punktskrift före huvudsymbolen och kräver alltid tom cell till vänster om sig. De måste då också alltid förses med förtecken eller .

Exempel 17:1

z^{+} $\hat{a}$ $3'$ $A^{\rightarrow}$

Exempel 17:2

$\underline{\alpha'}$

y^{1}, y^{11}, $y^{(3)}$, $y^{(4)}$, ...

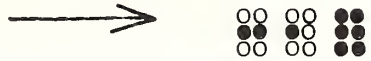
Exempel 17:3

c_{k}^{*} a_{n}'

y_{1}' $\dot{x}_{n+1}$

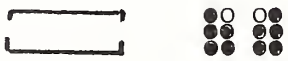
18. STRECK, PILAR, LIGGANDE PARENTESER

18.1. Långt horisontellt streck

18.2 Högerriktad pil 

18.3 Vänsterriktad pil

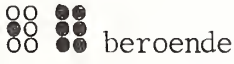
18.4 Horisontell rund parentes

18.5 Horisontell kantig parentes 

18.6 Horisontell klammer

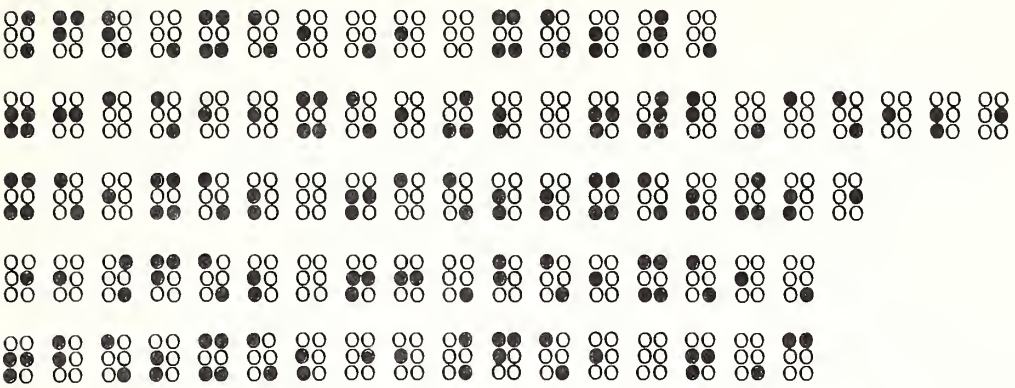
18.7 Hjälptecken

Dessa symboler är alla nivåhöjande och kräver tom cell till vänster. De måste alltid förses med förtecknen eller . De placeras alltid före den formeldel till vilken de hör. (Se exempel 18:2).

En liggande parentes eller klammer används ibland för att kapsla in en del av en formel som man vill ge en speciell förklaring eller förkortning. I stället för en liggande parentes förekommer ibland en pil utgående från den aktuella formeldelen riktad mot den givna kommentaren. För att återge ett sådant skrivsätt i punktskrift har en särskild metodik utarbetats. Den del av formeln som omfattas av parentesen föregås av hjälptecknet . Kommentaren står omedelbart efter den aktuella formeldelen avskilt från denna med tecknet eller  beroende på om kommentaren består av normal eller matematisk text.

Exempel 18:1

$$F(x_1, x_2) = \underbrace{a_{11} x_1^2 + 2a_{12} x_1 x_2 + a_{22} x_2^2}_{F_2} \quad \underbrace{b_1 x_1 + b_2 x_2}_{F_1} + c$$



Exempel 18:2

$a + \overline{b - c}$

$x + \underbrace{y - z} + u$

Exempel 18:3

$x + \underrightarrow{y + z} + u = K$

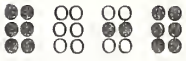
19. MATEMATISK ANALYS

19.1 Limes — Lim

19.2 Limes inferior — Liminf

19.3 Limes superior — Limsup

19.4 Pil för limessymbol — $\longrightarrow$



19.5 Oändligheten — ∞

19.6 Absolutbelopp — $|\ \ |$

19.7 Krokigt d — ∂

19.8 Summatecken — Σ

19.9 Produkttecken — Π

19.10 Integral — $\int$

19.11 Undre integral — $\underline{\int}$

19.12 Övre integral — $\overline{\int}$

19.13 Integralstreck — $|$

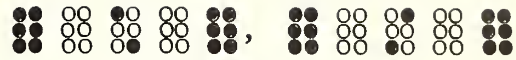
19.14 Linjeintegral — $\int_C$

19.15 Dubbelintegral — $\iint$

19.16 Symboler tillgängliga för andra integraltyper

19.17 Förtecken för undre gräns

19.18 Förtecken för övre gräns

19.19 Sammansatta summor och integraler 

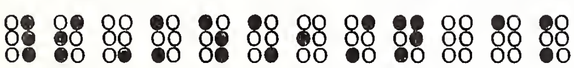
Tecknen

, och kräver som regel tom cell till höger. Eventuella index skall dock följa omedelbart och skall alltid avslutas med tecknet . De övre och undre gränserna betraktas som index och skrivs omedelbart efter tecknet . På detta sätt skapas ett kort och entydigt skrivsätt.

Exempel 19:1

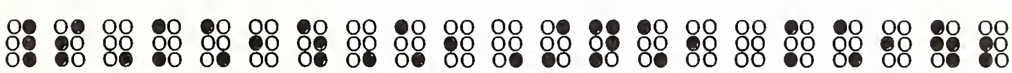
$$\sum^{\alpha}{}_{\nu}$$

$$\sum_{k=1}^{n} ak$$



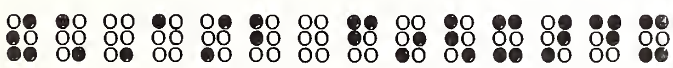
Exempel 19:2

$$\sum_{k_1=1}^{n_1} \frac{k_1}{2}$$



Exempel 19:3

$$\int_a^b f'(x)\ dx$$



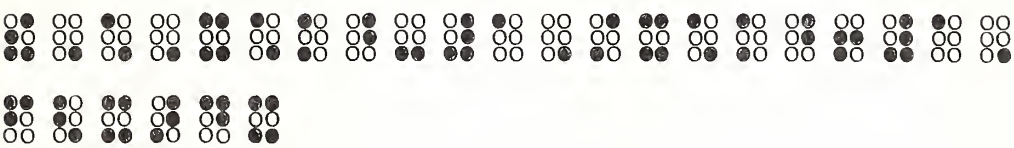
Exempel 19:4

$$\lim_{n \to \infty} x^n = \infty$$

$$\lim_{x \to x_o} f(x)$$

Exempel 19:5

$$\int_{x_{k-1}}^{x_{k+1}} f(x)\, dx$$



Tidigare rapporter från pedagogiska institutionen, Lärarhögskolan i Uppsala

Rapport nr 1, 1970	Kretskortsystem EDS 67. Bo Jacobsson.
Rapport nr 2, 1970	Förslag till Material-Metodsystem för förmedling av språklig färdighet hos döva barn i åk 1. Sven Amcoff & Karl-Georg Ahlström.
Rapport nr 3, 1970	Lärarenkät rörande bruket av teckenspråk inom specialskolan för hörselskadade. Sven Amcoff.
Rapport nr 4, 1970	Projektet:PUSS:I. Individualisering av gravt synskadade i grundskolan; synpunkter efter en lärarenkät. B. Lindqvist & N. Trowald.
Rapport nr 5, 1970	Hörselskadade barns skolsituation. En komparativ undersökning. Ann-Britt Lundahl & Ann-Mari Odin.
Rapport nr 6, 1970	Ett pedagogiskt organisatoriskt försök i årskurs 1 av gymnasium och fackskola. Bengt Ekman.
Rapport nr 7, 1970	Visuell perception av talljud och avläsestöd för hörselskadade. Sven Amcoff.
Rapport nr 8, 1970	Lästräning i särskolan. Delrapport I. Maja Witting.
Rapport nr 9, 1970	Ett pedagogiskt organisatoriskt försök i årskurs 1 av gymnasium och fackskola. Del II. Bengt Ekman.
Rapport nr 10, 1970	Projektet:PUSS:II. Presentation av projektets genomförda, påbörjade och planerade undersökningar. K-G Ahlström, B. Lindqvist, N. Trowald.
Report No. 11, 1970	Project:PUSS:III. Learning problems in connection with special information media for the visually handicapped - A selected bibliography. Ann-Mari Östberg & Bengt Lindqvist.
Rapport nr 12, 1970	UNDEXKL, version E. Ett statistiskt programpaket. Bo Jacobsson.
Rapport nr 13, 1970	Projektet:PUSS:IV. Figurbeskrivning i talböcker. Förståelse av figurbeskrivningar som funktion av figurkomplexitet och beskrivningskomplexitet. Mats Myrberg, Bengt Lindqvist & Nils Trowald.
Rapport nr 14, 1970	Att lära sig kombinera information som simultant förmedlas till olika sinnen: Jämförelse mellan tre träningsmetoder. K-G Ahlström, K Liljeblad & L Liljeblad.
Rapport nr 15, 1971	Uppfattbarheten av frekvenstransponerade stavelser vid simulerad hörselskada. Sven Amcoff.
Rapport nr 16, 1971	Projektet:PUSS:V. Retentionsjämförelse mellan auditiv och visuell information. Några aspekter på seendes och synskadades läsmedia. B. Lindqvist & Nils Trowald.
Rapport nr 17, 1971	Ett individualiseringsförsök i fysik i fackskolans årskurs 2. Bengt Ekman och Stig Grankvist.
Rapport nr 18, 1971	Ett läromedel i svenska för åk 1-2 i specialskolan för hörselskadade. Sven Amcoff, Gunilla Seger & Maija Raittila.
Rapport nr 19, 1971	Systematisk desensibilisering - Prövning av en beteendeterapeutisk metod. Ulla och Gunnar Holm.
Rapport nr 20, 1971	Dataprogram EDS 67. Bo Jacobsson.

Rapport nr 21, 1971 Lästräning i särskolan. Delrapport II. Maja Witting.

Rapport nr 22, 1971 Projektet:PUSS:VI. Synskadades studiesvårigheter - en elevenkät. B. Lindqvist & N. Trowald.

Rapport nr 23, 1971 TYLA-HÖTA. Undervisningsmaskin för hörselskadade. Bo Jacobsson.

Rapport nr 24, 1971 Effekter av olika facitsvarsschemata vid programmerad undervisning. Bengt Ekman.

Rapport nr 25, 1971 Undervisningsteknologi för handikappade. Bo Jacobsson.

Rapport nr 26, 1971 En inventering av statistiska datorprogram i Skandinavien. Lars Bäckström & Bo Jacobsson.

Rapport nr 27, 1972 Studieteknisk träning i gymnasieskolan. Bengt Ekman.

Rapport nr 28, 1972 Ett pedagogiskt organisatoriskt försök vid Katrinelunds gymnasieskola i Sundsvall. Del III. Claesson, M., Ekman, B., Prosén, L-E.

Rapport nr 29, 1972 Arbetsmotivation och arbetsprestation hos mentalt retarderade. Gunnar Holm och Rikard Palmér.

Rapport nr 30, 1972 Projektet:PUSS:VII. Symboler för taktila kartor. Gunnar Jansson.

Report No. 31, 1972 Project:PUSS:VIII. European Conference on Educational Research for the Visually Handicapped. B. Lindqvist & N. Trowald.

Rapport nr 32, 1972 Kontingenskoefficienten som sambandsmått. En modellstudie. Bo Jacobsson.

Rapport nr 33, 1972 Direktiv information i läromedel. Dess effekt på uppfattbarheten av abstrakta bilder och möjligheter att överföra visuellt material till media tillgängliga för synskadade. Mats Myrberg.

HV1826 c. 1
T758 Trowald, Nils
MATEMATISKA SYMBOLER I PUNKTSKRIFT
[MATHEMATICS SYMBOLS IN BRAILLE] (1972)

Date Due